CH12 : Notion de fonction.

I. Définition

Rappel : On note $\mathbb{R}$ (nombres réels) l'ensemble de tous les nombres que vous connaissez pour l'instant.

Def 1 : Définir une **fonction** f sur l'ensemble $\mathbb{R}$, c'est associer à chaque nombre réel x un **unique** nombre réel y.

On note :

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
$$x \mapsto y = f(x)$$

x est **un antécédent de** y par la fonction f.

$y = f(x)$ est **l'image de** x par la fonction f.

Remarque : x est une variable qu'on peut remplacer par une autre lettre : $t \mapsto f(t)$

Attention : $f(x)$ est un nombre, alors que f est une fonction (une boîte noire, ou une « machine »).

Exemples :

►On note la température d'une ville entre 8h et 20h. A chaque instant t compris entre 8h et 20h, on associe la température mesurée $f(t)$.

Ainsi s'il fait 10°C à 9h, on note : $f(9) = 10$.

Comme on ne considère que les températures entre 8h et 20h, la fonction n'existe que pour $8 \leq t \leq 20$; on dit que « l'ensemble de définition de f » est l'intervalle [8,20].

►Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 3x^2 + 2x - 1$.

L'image du nombre (-2) par la fonction g est :

$g(-2) = 3\times(-2)^2 + 2\times(-2) - 1 = 3\times 4 - 4 - 1 = 12 - 4 - 1 = 7$.

Ceci se note : g(-2) = 7.

►Soit h la fonction définie par : $x \mapsto \dfrac{1}{x-3}$. Cette fonction n'est pas définie pour $x = 3$, car alors le dénominateur serait nul (3-3=0), ce qui est impossible, car la division par zéro n'existe pas.

On dit que : l'ensemble de définition de h est « $\mathbb{R}$ privé de 3 » ; cela se note $\mathbb{R} - \{3\}$ ou $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

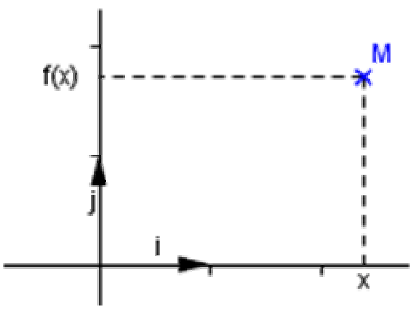
L'image de 3 par h n'existe pas.

L'image par h du nombre 6 est : $h(6) = \dfrac{1}{6-3} = \dfrac{1}{3}$.

II. Représentation graphique

Def 2 : Dans un plan muni d'un repère, la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ est l'ensemble des points $M(x; y)$ tel que : l'ordonnée y est l'image de x par f : $y = f(x)$.

Rappel : On note $\mathbb{R}$ (nombres réels) l'ensemble de tous les nombres que vous connaissez pour l'instant.



Exemple : soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(x-2)^2-5$.

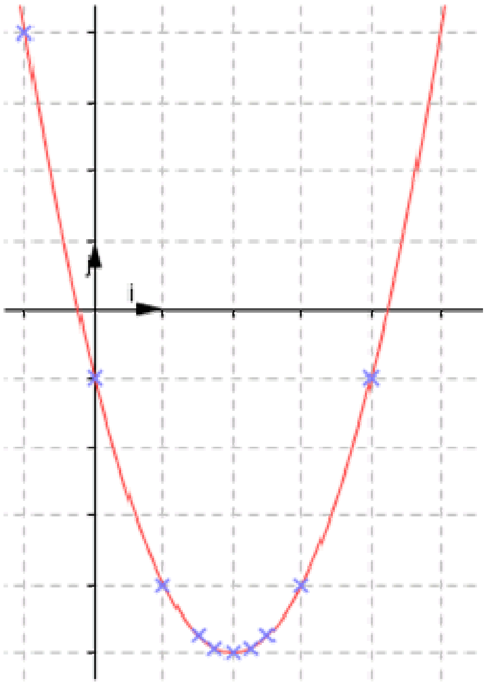


Tableau de valeurs :

x	0	1	1,5	1,75	2	2,25	2,5	3	4
$f(x)=(x-2)^2-5$	-1	- 4	- 4,75	-4,9375	- 5	-4,9375	- 4,75	- 4	- 1

Résolution graphique (unité le centimètre) : Résoudre l'équation : $f(x)=1,25$.
On trace la droite qui correspond à y=1,25 (horizontale), et on lit l'abscisse des points où cette droite croise la courbe représentative de f .

Les points d'intersections ont pour abscisse – 0,5 et 4,5 ; on a donc l'ensemble des solutions :
S = {-0.5 ; 4.5}